

۱- با استفاده از سری مولد حل کنید.

$$\begin{cases} a_n = 5a_{n-1} + 2a_{n-2} \\ a_0 = 0 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n = 4a_{n-1} + 1 \\ a_0 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n = 3a_{n-1} + 4^n \\ a_0 = 0 \end{cases}$$

۲- با استفاده از معادله مشخصه حل کنید.

$$\begin{cases} t_n = 2t_{n-1} - t_{n-2} + n^2 + 5^n \\ t_0 = 0 \\ t_1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n = 9a_{n-1} - 26a_{n-2} + 24a_{n-3} \\ a_0 = 0 \\ a_1 = 1, a_2 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 1 \\ a_0 = 0 \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_n = 5a_{n-1} - 7a_{n-2} + 3a_{n-3} \\ a_0 = 1 \\ a_1 = 2, a_2 = 3 \end{cases}$$

۳- با استفاده از تغییر متغیر حل کنید.

$$\begin{cases} T(n) = 2T(n/2) + \sqrt{n} \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(n) = 4T(n/2) + n^2 \log n \\ T(1) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} T(n) = 6T(n/3) - 9T(n/9) \\ T(1) = 1, T(3) = 6 \end{cases}$$

۴- توابع زیر را از لحاظ مرتبه زمانی باهم مقایسه کنید.

$$h(n) = (\lg n)^2, g(n) = (\lg n)^{\lg n}, f(n) = 4^{\lg n}$$

۵- تعداد دفعات تکرار عمل اصلی چند است.

```
for(i = 1; i ≤ n/2; i++)
for(j = n/2; j ≤ n; j++)
for(k = 0; k ≤ i + j; k++)
x = x + 1;
```

```
for(i = 1; i ≤ n; i++)
{
j = n
while(j ≥ 1)
j = ⌈j/2⌉;
}
```

۶- تابع آکرمن $A(n, m)$ به صورت زیر تعریف می شود:

$$A(n, m) = \begin{cases} n + 1 & m = 0 \\ A(m - 1, 1) & n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & \text{Otherwise} \end{cases}$$

یک الگوریتم بازگشتی و یک الگوریتم مستقیم برای محاسبه آن بیابید.